plans tangents aux sommets de (Q) est constamment égale au double de la distance focale. Donc (Q′) *est identique à* (Q).

» On peut placer la quadrique Q′ de part et d'autre du plan tangent à (θ′) en M′. Dans l'une des positions a, a'_1 sont les foyers; dans l'autre, les foyers sont a_1, a'.

» En transportant ce théorème de (Q′) à (Q), on a la seconde proposition de M. Guichard :

» *Si une quadrique de révolution* (Q) *est déformée de manière à se transformer en une surface* (Θ), *on peut faire rouler* (Q) *de deux manières différentes sur* (Θ), *soit intérieurement, soit extérieurement. Soit* M *un point de* (Θ). *Considérons les deux positions de* Q *tangentes en* M *à* (Θ). *Pour l'une d'elles, les foyers seront les points* F, F′; *pour l'autre, ce seront les symétriques de* F, F′ *par rapport au plan tangent en* M. *Les quatre surfaces* (F), (F′), (f), (f') *décrites par les points* F, F′, f, f' *auront leur courbure moyenne constante et égale à* $\frac{1}{a}$, *a étant la moitié de l'axe focal. Par suite les surfaces* (c), (c') *décrites par les milieux* c, c' *des droites* Ff', F′f *auront leur courbure totale constante et égale à* $\frac{1}{a^2}$.

» Car il est évident, d'après ce qui précède, que Ff' est la normale commune en F et f' aux deux surfaces (F), (f'), de même que F′f est la normale commune aux deux surfaces (F′), (f).

» Dans une autre Communication, je démontrerai ces propositions par une voie géométrique toute différente et je montrerai que, en ce qui concerne les surfaces à courbure constante, elles ne donnent pas de méthode de transformation distincte de celles de MM. Bianchi et Bäcklund. »

MÉCANIQUE. — *Calcul, dans une hypothèse simple, du déplacement latéral que doit s'imprimer le cavalier, sur une bicyclette en marche, pour porter le centre de gravité du système à une petite distance horizontale voulue de la base de la bicyclette;* par M. J. **Boussinesq**.

« I. Bornons-nous au cas où la bicyclette, de masse μ et d'un rayon de gyration donné r autour de sa base a, décrit une trajectoire rectiligne, et où son plan médian est initialement vertical, se confondant ainsi avec le plan, alors fixe, à partir duquel sera comptée sa rotation ultérieure θ autour de l'horizontale du sol parcourue par la base a. De plus, pour rendre le problème facile, réduisons le cavalier, de masse μ', à son centre de gravité, dont r' désignera la distance à la même base a. Cette hypothèse ôte, vrai, à la question une grande partie de son intérêt pratique ; car elle e rait évidemment, pour s'appliquer avec une approximation suffisante cavalier à corps aussi ramassé et à membres aussi grêles, proportionne ment, que l'est l'araignée. Toutefois, elle nous a conduits (*Comptes ren* t. CXXVII, p. 843) à la vraie forme de l'équation du mouvement, nous a suffi ensuite de changer la valeur numérique de deux coefficien b, que nous avons remplacés par h', b'; et il y a lieu de penser qu donnera ici des résultats propres à indiquer, tout au moins, le sens phénomènes dans les circonstances les plus simples.

» N'étudions, en outre, que les manœuvres sans renversements de vite où le rayon vecteur r', abaissé perpendiculairement du centre de gra du cavalier sur la base a, prendra sa petite inclinaison θ', par rapport verticale, ou au plan vertical *origine,* en tournant toujours dans même sens, de manière à balayer des aires élémentaires $\frac{1}{2}\mu' r'^2 d\theta'$ même signe, ne s'entredétruisant pas en majeure partie. Cela permett sur r', les petites erreurs relatives qui deviendraient inadmissibles, ou fau seraient grandement le résultat définitif, dans le cas de rotations succe sives en sens contraires. Ainsi, la distance r du cavalier à la base de la bic clette pourra être supposée invariable.

» II. Appelons Δ le déplacement latéral angulaire que s'imprimera cavalier sur la selle, c'est-à-dire le petit angle $\theta' - \theta$ qu'il fera naître ent son rayon vecteur r' et le plan médian de la bicyclette, angle mesurant un facteur constant près) son déplacement relatif par rapport à son sup port, et dont il dispose à son gré entre certaines limites.

» D'une part, nous aurons

$$(1) \qquad \theta' - \theta = \Delta.$$

» D'autre part, le principe de conservation de la somme des aires dé crites $\frac{1}{2}\mu r^2\theta$, $\frac{1}{2}\mu' r'^2\theta'$ donnera

$$(2) \qquad \mu r^2\theta + \mu' r'^2\theta' = 0.$$

» Il vient donc

$$\frac{\theta'}{\mu r^2} = \frac{\theta}{-\mu' r'^2} = \frac{\theta' - \theta}{\mu r^2 + \mu' r'^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta}{\mu r^2 + \mu' r'^2};$$

et, par suite,

$$(3) \qquad \theta' = \frac{\mu r^2}{\mu r^2 + \mu' r'^2}\Delta, \qquad \theta = -\frac{\mu' r'^2}{\mu r^2 + \mu' r'^2}\Delta.$$

» Dès lors, si ρ désigne la distance, à la base a, du centre de gravité de la bicyclette, distance plus petite que le rayon de gyration r, les petits écarts survenus, $\rho\theta$, $r'\theta'$, des deux masses μ, μ' au plan vertical mené suivant la base a se trouvent déterminés; et celui, que j'appellerai δ, du centre de gravité général au même plan, est enfin

$$(4)\qquad \delta = \frac{\mu.\rho\theta + \mu'.r'\theta'}{\mu+\mu'} = \frac{\mu\mu' r'(r^2-\rho r')}{(\mu+\mu')(\mu r^2+\mu' r'^2)}\Delta.$$

» III. Il semble convenable, dans la pratique, pour altérer le moins possible l'expression des vrais rapports mécaniques des deux masses μ, μ', de réduire, au point de vue des inerties, la bicyclette à son centre de gravité, comme on y a réduit le cavalier. Alors il vient

$$(5)\qquad r=\rho,\qquad r^2-\rho r' = -\rho(r'-\rho);$$

et le facteur $r^2-\rho r'$, dans (4), est négatif, vu que la différence $r'-\rho$ exprime l'élévation, toujours positive et très notable, du centre de gravité du cavalier au-dessus du centre de gravité de la bicyclette. Donc Δ, δ ont signes contraires. En d'autres termes, *le cavalier, pour incliner le centre de gravité général du système vers la droite, doit porter son buste à gauche, et vice versa.*

» Ce résultat subsiste sans qu'on ait besoin de réduire r à ρ. En effet, si l'on appelle $\rho+\Delta\rho$ la distance, à la base a, d'un élément quelconque $d\mu$ de la masse μ de la bicyclette, le moment d'inertie μr^2 de celle-ci sera $\int(\rho+\Delta\rho)^2\,d\mu$, c'est-à-dire

$$\mu\rho^2 + 2\rho\int(\Delta\rho)\,d\mu + \int(\Delta\rho)^2\,d\mu = \mu\rho^2 + \int(\Delta\rho)^2\,d\mu.$$

Or ρ est approximativement la moitié de la hauteur de la selle; d'où il suit que $\Delta\rho$ n'excède qu'à de rares endroits (si même il y en a de tels) ρ en valeur absolue, et que le terme $\int(\Delta\rho)^2\,d\mu$ n'atteint pas, à beaucoup près, la valeur $\mu\rho^2$. Donc μr^2 est bien moindre que $2\mu\rho^2$, et l'on a

$$(6)\qquad r^2<2\rho^2,\qquad r^2-\rho r'<\rho(2\rho-r').$$

Mais le centre de gravité du cavalier se trouve sensiblement au-dessus de la selle; et sa hauteur r' excède, par conséquent, la hauteur, 2ρ environ, de celle-ci. Ainsi, le facteur $r^2-\rho r'$ est encore négatif.

» IV. Il suit de là, sous la réserve nécessitée par la concentration fictive de la masse μ du bicycliste en un simple point, que *le cavalier, lorsqu'il ne s'imprime pas des rotations alternatives se neutralisant en majeure partie,* *avec variations de sa distance r' à la base, doit se porter du côté opposé à celui vers lequel il veut faire pencher la bicyclette.*

» A la page 106 du Tome I^er (intitulé *Équilibre et Direction*) de son *Nouveau traité des bicycles et bicyclettes*, M. Bourlet a remarqué qu'il en est bien ainsi dans le *lâche-mains*, alors que le cavalier n'agit sur la bicyclette que par la moitié inférieure de son corps et en s'appuyant principalement sur les pédales.

» Lorsque, au contraire, le cavalier tient en mains le guidon, auquel la partie supérieure de son corps communique des impulsions indépendantes (jusqu'à un certain point) de celles qu'exerce la partie inférieure, ce n'est plus, on le conçoit, à un point unique, mais à un groupe de deux points pour le moins, comportant des rotations θ' distinctes, un pour chaque moitié supérieure ou inférieure du corps, que le bicycliste doit être assimilé. De là, une variété bien plus grande des résultats, variété rendant peut-être possibles, sans renversement de vitesses, des effets qui, dans le cas d'un bicycliste réductible à un seul point, auraient exigé deux rotations successives de sens contraires.

» V. Observons, en terminant, que l'introduction de l'écart λ du centre de gravité général du système d'avec le plan médian, à la place de l'écart angulaire donné Δ de la masse μ', ou de son écart linéaire et effectif $r'\Delta$, simplifie assez notablement la formule (4). Comme l'écart linéaire analogue de la masse μ (contenue dans le plan) est nul, celui, λ, du centre de gravité des deux masses μ et μ' sera la moyenne

$$\lambda = \frac{\mu' r' \Delta}{\mu + \mu'}. \tag{7}$$

» Il viendra donc, au lieu de (4),

$$\delta = \frac{\mu(r^2 - \rho r')}{\mu r^2 + \mu' r'^2}\lambda. \text{ »} \tag{8}$$

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Sur la synthèse de l'alcool;* par M. **Berthelot**.

« L'histoire de cette synthèse est aujourd'hui présentée dans divers Recueils sous une forme légendaire, d'après laquelle elle aurait été faite par Hennell en 1828. Cette légende, insinuée après coup et antidatée, est erronée, ainsi que je demande la permission de le rappeler : la question est intéressante pour l'histoire des Sciences.